

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

8 februarie 2020

CLASA A X -A

(3 ore/săptămână)

1.) Se dau numerele $x = 7 + 5\sqrt{2}$, $y = 7 - 5\sqrt{2}$.

a) Arătați că $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 2$.

b) Demonstrați că numărul $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}} \in \mathbb{Q}$.

2.) a) Arătați că $\frac{1}{4} < \log_5 2 < \frac{1}{2}$

b) Stabiliți care dintre numerele următoare este mai mare
 $A = \log_5 \sqrt{20}$ sau $B = \log_{80} 64$

3.) Se consideră expresia $E(x) = \frac{6}{9^x + 3}$ $x \in \mathbb{Z}$.

a) Arătați că $E(1-x) + E(x) = 2$, oricare ar fi $x \in \mathbb{Z}$.

b) Calculați suma $E(-49) + E(-48) + \dots + E(50)$.

4.) a) Arătați că $\left(\frac{a-i}{1+ai}\right)^{4n} + \left(\frac{a+i}{1-ai}\right)^{4n} = 2$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$ și oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$.

b) Determinați $z \in \mathbb{C}$, știind că $|z| = |z-2| = 2$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore.